Óptica física

Interferencia y difracción

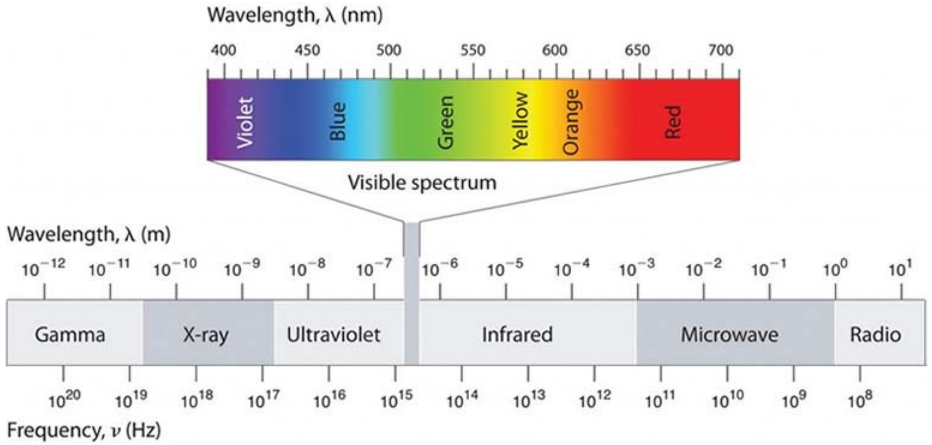
https://phet.colorado.edu/sims/html/wave-interference/latest/wave-interference_es.html

Óptica física

- La luz se modeliza como una onda electromagnética. El rayo representa la dirección de la propagación.

- Para propagarse no es necesario un medio. La propagación de la luz en vacío es $c \cong 3 \cdot 10^8 \, {}^{m}/_{s}$. El índice de refracción relaciona la velocidad de propagación en un medio con la velocidad en vacío ($n_i = \dfrac{c}{v_{Prop\ medio\ i}}$)

- Las frecuencias del espectro electromagnético



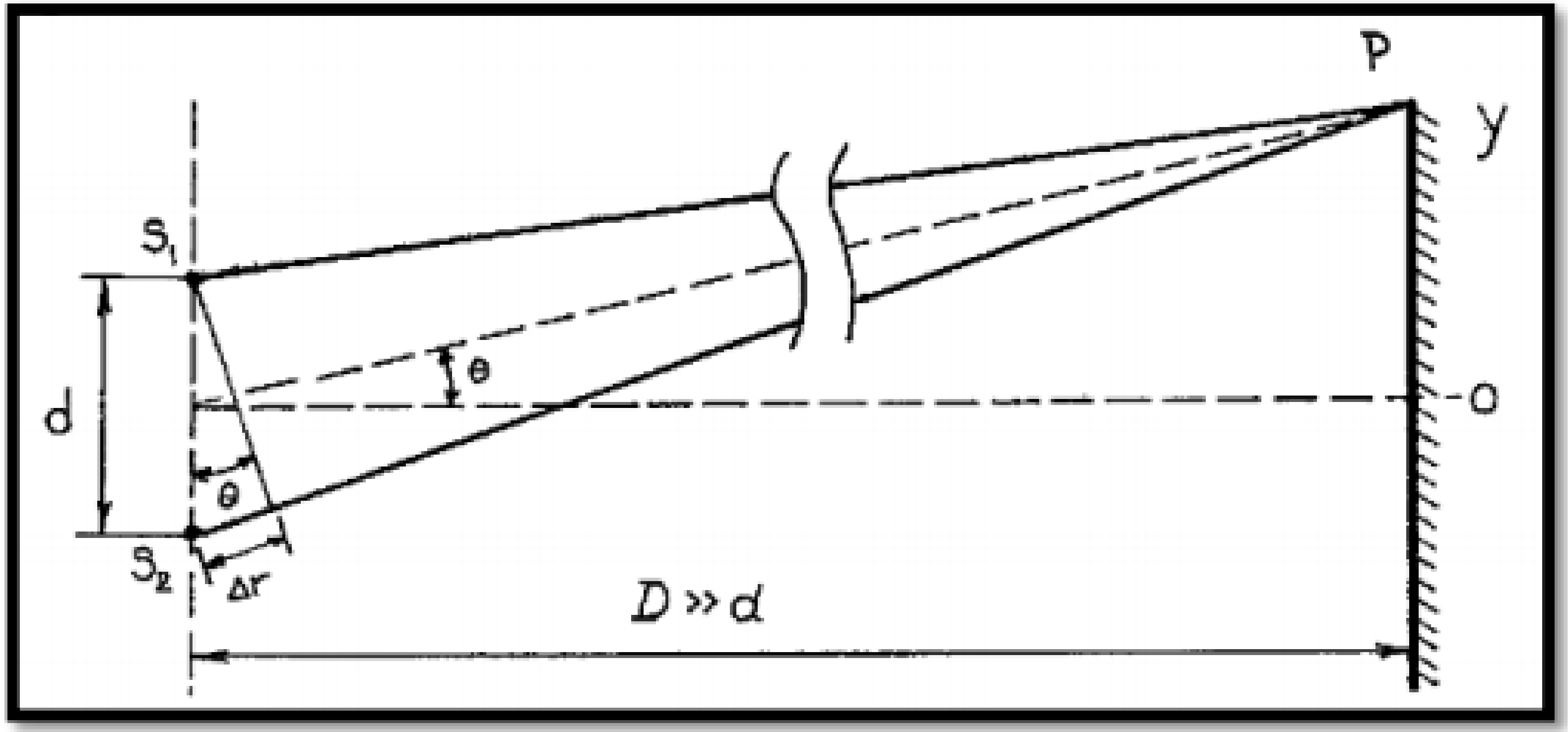
Óptica física

- El medio es isótropo (mismas propiedades en todas las direcciones) y homogéneo (sus propiedades son constantes).

- La fuente es coherente. Se propaga una onda monocromática (con una frecuencia determinada) con una diferencia de fase constante (no aleatoria).

Interferencia de 2 fuentes: experiencia de Young

- Hipótesis: fuentes coherentes los orificios son puntuales y cercanos (d<<D).



Interferencia. Experiencia de Young

- $\psi_1 = A \cdot cos(kx_1 - \omega t + \varphi_1)$
- $\psi_2 = A \cdot cos(kx_2 - \omega t + \varphi_2)$

- $\psi = \psi_1 + \psi_2 = 2A \cdot cos\left[kx_p - \omega t + \varphi_p\right] \cdot cos\left[k\left(\frac{\Delta x}{2}\right) + \frac{\Delta\varphi}{2}\right]$

- Como se supone que hay una única fuente que está equidistante de ambos orificios, $\Delta\varphi = 0$

- $\Delta x = \Delta r = d \cdot sen\theta$

Interferencia de 2 fuentes: experiencia de Young

- La intensidad resultante es

$$I = 4I_0 \cdot cos^2\left(\frac{k \cdot \Delta r}{2}\right)$$

- Mínimos
  - $\frac{k \cdot \Delta r}{2} = (2n + 1)\frac{\pi}{2}$
  - $\frac{2\pi \cdot d \cdot sen\theta}{2\lambda} = (2n + 1)\frac{\pi}{2}$
  - $sen\theta = \frac{(2n+1)}{2} \cdot \frac{\lambda}{d}$
  - $y = \frac{(2n+1)}{2} \cdot \frac{\lambda \cdot D}{d}$

$$\boxed{k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad ; \quad \Delta r = d \cdot sen\theta}$$

$$\boxed{\theta \ll \rightarrow sen\theta \cong tg\theta = \frac{y}{D}}$$

- Máximos
  - $\frac{k \cdot \Delta r}{2} = n\pi$
  - $\frac{2\pi \cdot d \cdot sen\theta}{2\lambda} = n\pi$
  - $sen\theta = n \cdot \frac{\lambda}{d}$
  - $y = n \cdot \frac{\lambda \cdot D}{d}$

13. Dos ranuras separadas entre sí por 1 mm son iluminadas con luz roja de longitud de onda de $6 \cdot 10^{-7}$ m. Las franjas de interferencia son observadas en una pantalla colocada a 1 m de las ranuras. (a) Hallar la distancia entre dos franjas brillantes y entre dos oscuras consecutivas. (b) Determinar la distancia a la que se encuentran la tercera franja oscura y la quinta brillante de la franja central.

Ej. 13

- Datos: $\lambda = 6 \cdot 10^{-7} m\,; d = 1 \cdot 10^{-3} m\,; D = 1m$

a) Distancia entre dos franjas luminosas consecutivas

$$\Delta y_{Max} = y_{Max(n+1)} - y_{Max(n)} = (n+1) \cdot \frac{\lambda \cdot D}{d} - n \cdot \frac{\lambda \cdot D}{d} = \frac{\lambda \cdot D}{d} = 6 \cdot 10^{-4} m$$

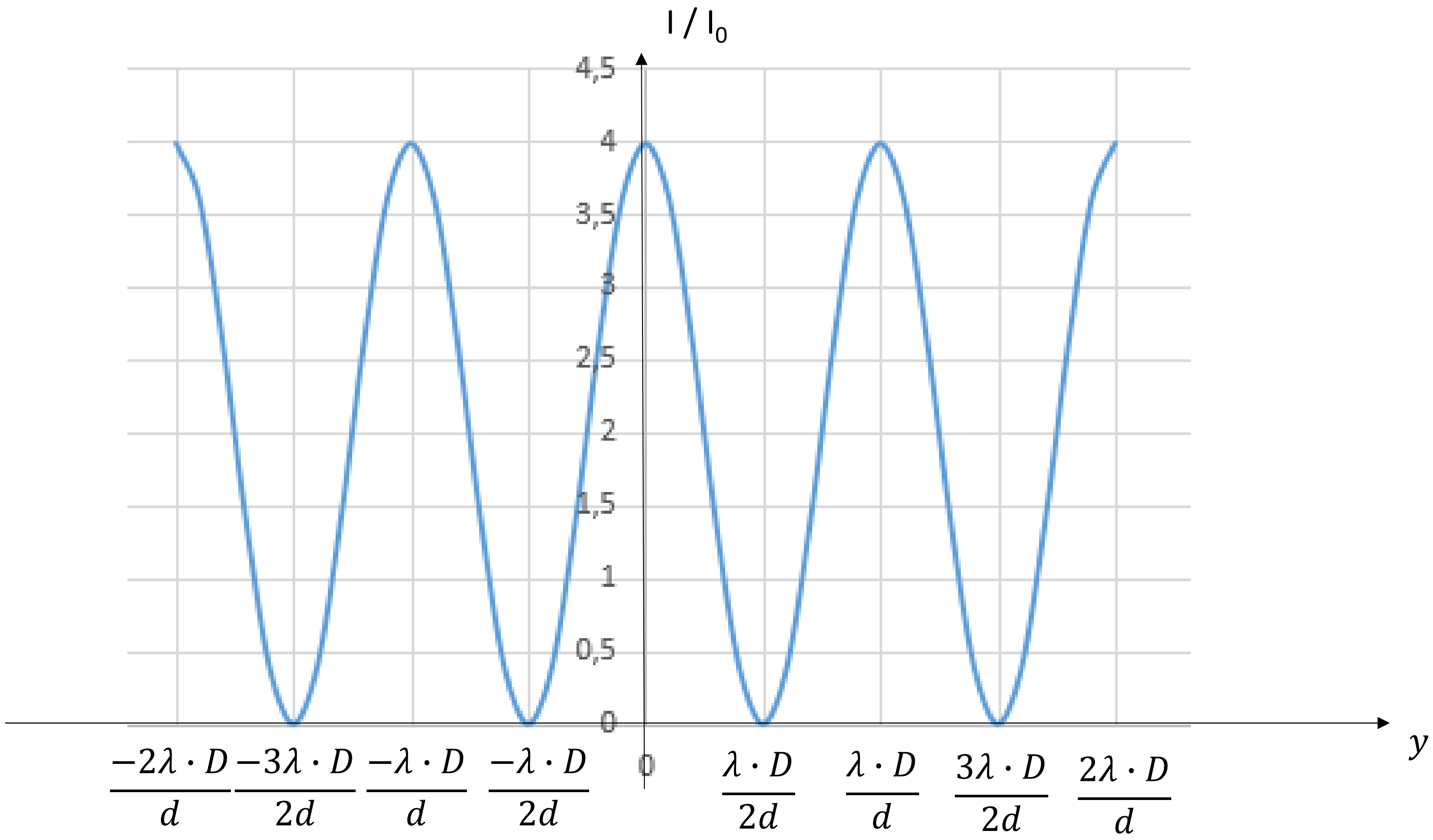
Distancia entre dos franjas oscuras consecutivas

$$\Delta y_{Min} = y_{Min(n+1)} - y_{Min(n)} = \frac{(2n+3)}{2} \cdot \frac{\lambda \cdot D}{d} - \frac{(2n+1)}{2} \cdot \frac{\lambda \cdot D}{d} = \frac{\lambda \cdot D}{d} = 6 \cdot 10^{-4} m$$

b) Distancia entre tercera franja oscura y quinta franja brillante

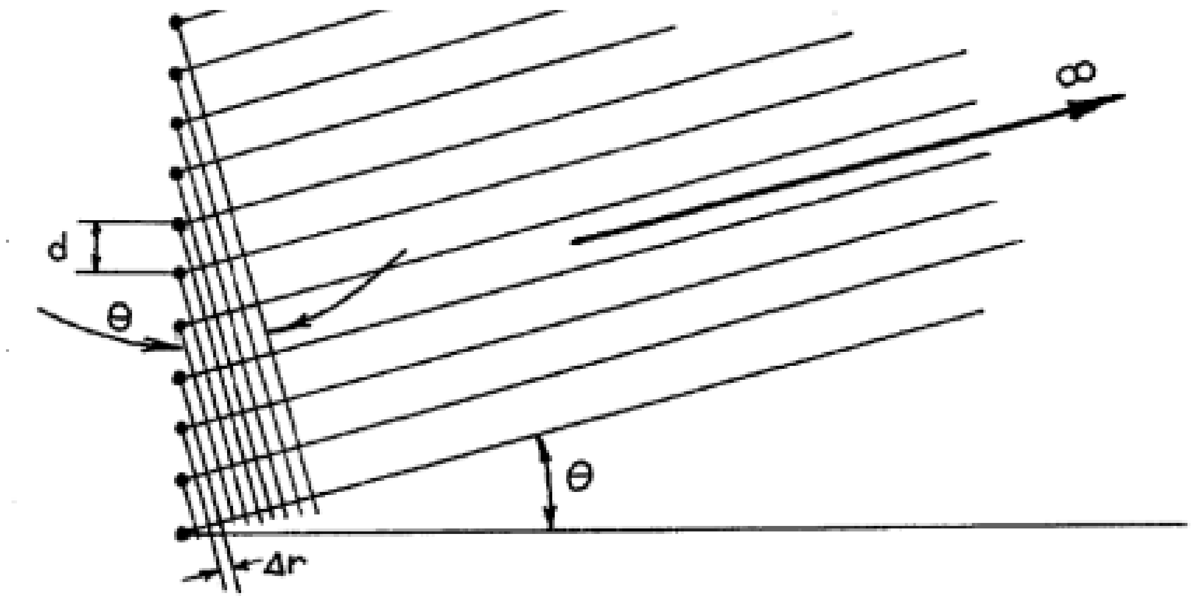
$$\Delta y = y_{Max(n=5)} - y_{Min(n=2)} = 5 \cdot \frac{\lambda \cdot D}{d} - \frac{5}{2} \cdot \frac{\lambda \cdot D}{d} = \frac{5}{2} \cdot \frac{\lambda \cdot D}{d} = 1{,}5 \cdot 10^{-3} m$$

Extra: Gráfico de la intensidad en función de y



Interferencia de N fuentes

- Hipótesis: fuentes coherentes los orificios son puntuales y cercanos (d<<D).



Interferencia de N fuentes

- La intensidad resultante es

$$I = I_0 \frac{sen^2\left(N \cdot k \cdot \Delta r/_2\right)}{sen^2\left(k \cdot \Delta r/_2\right)}$$

- Mínimos
  - $\frac{N \cdot k \cdot \Delta r}{2} = n\pi$
  - $\frac{N \cdot 2\pi \cdot d \cdot sen\theta}{2\lambda} = n\pi$
  - $sen\theta = \frac{n}{N} \cdot \frac{\lambda}{d}$
  - $y = \frac{n}{N} \cdot \frac{\lambda \cdot D}{d}$

PERO...

$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad ; \quad \Delta r = d \cdot sen\theta$

$\theta \ll \rightarrow sen\theta \cong tg\theta = \frac{y}{D}$

Misma expresión que el caso anterior

- Máximos

  Si $n = m \cdot N \rightarrow IND\, \frac{0}{0}$

  $(I_{MAX} = N^2 \cdot I_0)$

  - $\frac{2\pi \cdot d \cdot sen\theta}{2\lambda} = m\pi$
  - $sen\theta = m \cdot \frac{\lambda}{d}$
  - $y = m \cdot \frac{\lambda \cdot D}{d} \left(m = \frac{n}{N}\ entero\right)$

16. Suponer que, en lugar de dos ranuras paralelas como en el experimento de Young, se tienen tres igualmente espaciadas por una distancia "*a*".

a) Trazar una gráfica del patrón de interferencia observado en una pantalla lejana.

b) Analizar la distribución angular de la intensidad para:

(i) Cuatro, (ii) cinco fuentes idénticas espaciadas igualmente por una distancia "*a*" a lo largo de una línea recta. Suponer que $a = \lambda/2$. Comparar resultados.

N=3 (Distancia entre las ranuras a=d)

- Mínimos

$$y = \frac{n}{3} \cdot \frac{\lambda \cdot D}{d}$$

$$n = 0 \rightarrow y_{Max0} = 0$$

- $n = 1 \rightarrow y_{Min1} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\lambda \cdot D}{d}$
- $n = 2 \rightarrow y_{Min2} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\lambda \cdot D}{d}$

$$n = 3 \rightarrow y_{Max1} = \frac{3}{3} \cdot \frac{\lambda \cdot D}{d}$$

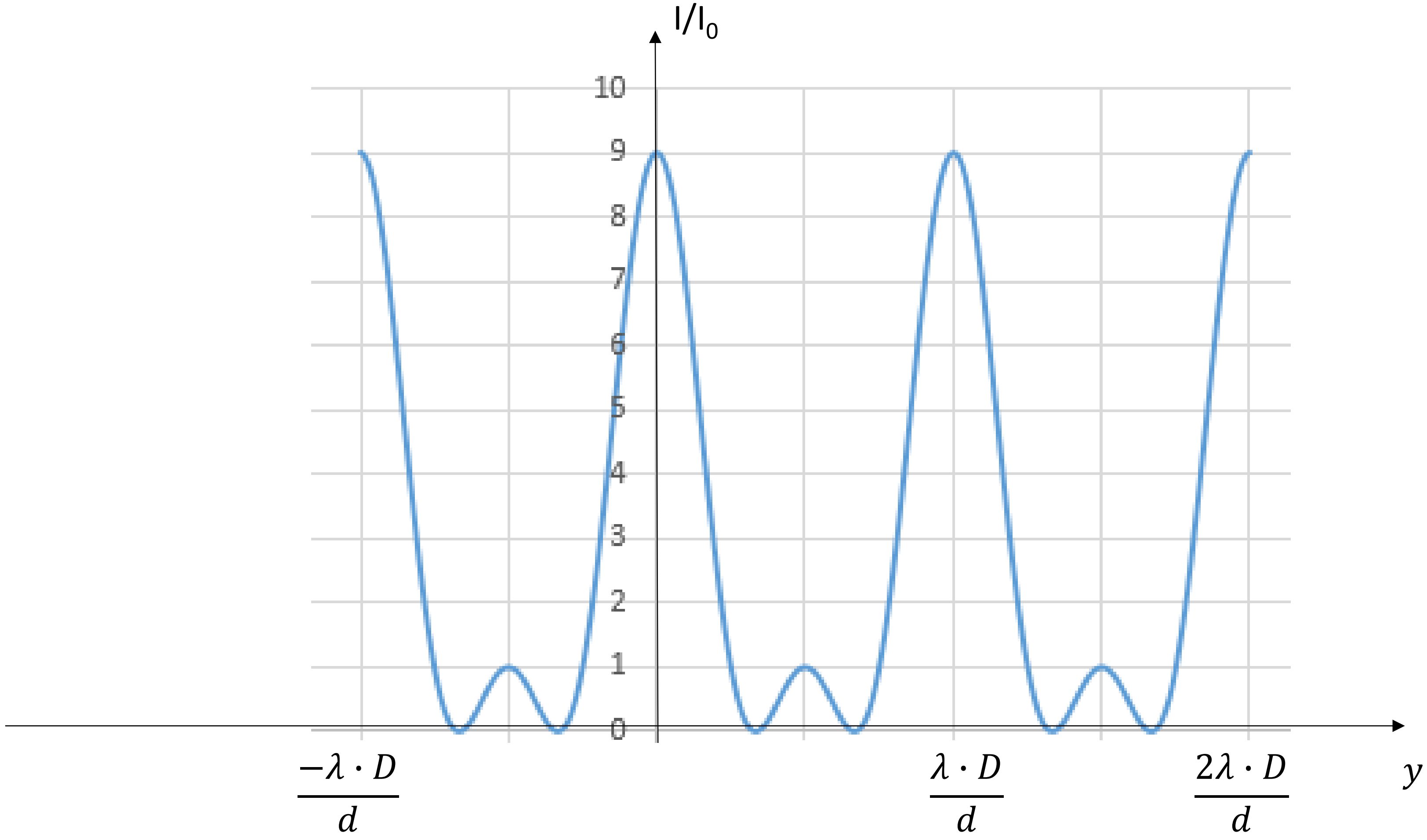
- $n = 4 \rightarrow y_{Min3} = \frac{4}{3} \cdot \frac{\lambda \cdot D}{d}$
- $n = 5 \rightarrow y_{Min4} = \frac{5}{3} \cdot \frac{\lambda \cdot D}{d}$

$$n = 6 \rightarrow y_{Max2} = \frac{6}{3} \cdot \frac{\lambda \cdot D}{d}$$

2 mínimos entre los máximos

$$\Delta y_{Max} = 2 \cdot y_{Min1} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\lambda \cdot D}{d}$$

Gráfico de la intensidad en función de y para N=3



N=4 (Distancia entre las ranuras a=d)

- Mínimos

$$y = \frac{n}{4} \cdot \frac{\lambda \cdot D}{d}$$

$$n = 0 \rightarrow y_{Max0} = 0$$

- $n = 1 \rightarrow y_{Min1} = \frac{1}{4} \cdot \frac{\lambda \cdot D}{d}$
- $n = 2 \rightarrow y_{Min2} = \frac{2}{4} \cdot \frac{\lambda \cdot D}{d}$
- $n = 3 \rightarrow y_{Min3} = \frac{3}{4} \cdot \frac{\lambda \cdot D}{d}$

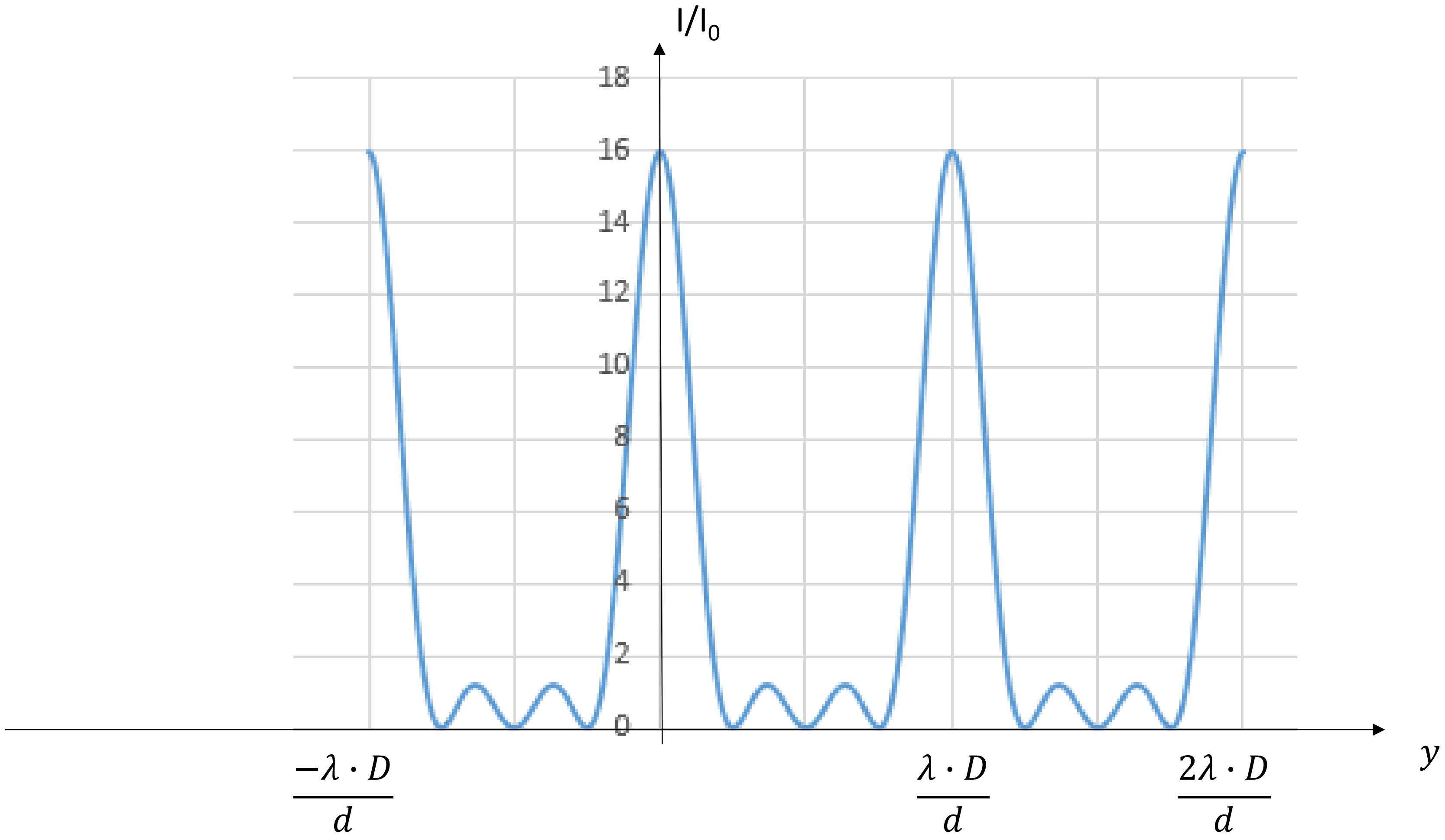
3 mínimos entre los máximos

$$n = 4 \rightarrow y_{Max1} = \frac{4}{4} \cdot \frac{\lambda \cdot D}{d}$$

- $n = 5 \rightarrow y_{Min4} = \frac{5}{4} \cdot \frac{\lambda \cdot D}{d}$
- $n = 6 \rightarrow y_{Max5} = \frac{6}{4} \cdot \frac{\lambda \cdot D}{d}$

$$\Delta y_{Max} = 2 \cdot y_{Min1} = \frac{2}{4} \cdot \frac{\lambda \cdot D}{d}$$

Gráfico de la intensidad en función de y para N=4



N=5 (Distancia entre las ranuras a=d)

- Mínimos

$$y = \frac{n}{5} \cdot \frac{\lambda \cdot D}{d}$$

$$n = 0 \rightarrow y_{Max0} = 0$$

- $n = 1 \rightarrow y_{Min1} = \frac{1}{5} \cdot \frac{\lambda \cdot D}{d}$
- $n = 2 \rightarrow y_{Min2} = \frac{2}{5} \cdot \frac{\lambda \cdot D}{d}$
- $n = 3 \rightarrow y_{Min3} = \frac{3}{5} \cdot \frac{\lambda \cdot D}{d}$
- $n = 4 \rightarrow y_{Min4} = \frac{4}{5} \cdot \frac{\lambda \cdot D}{d}$

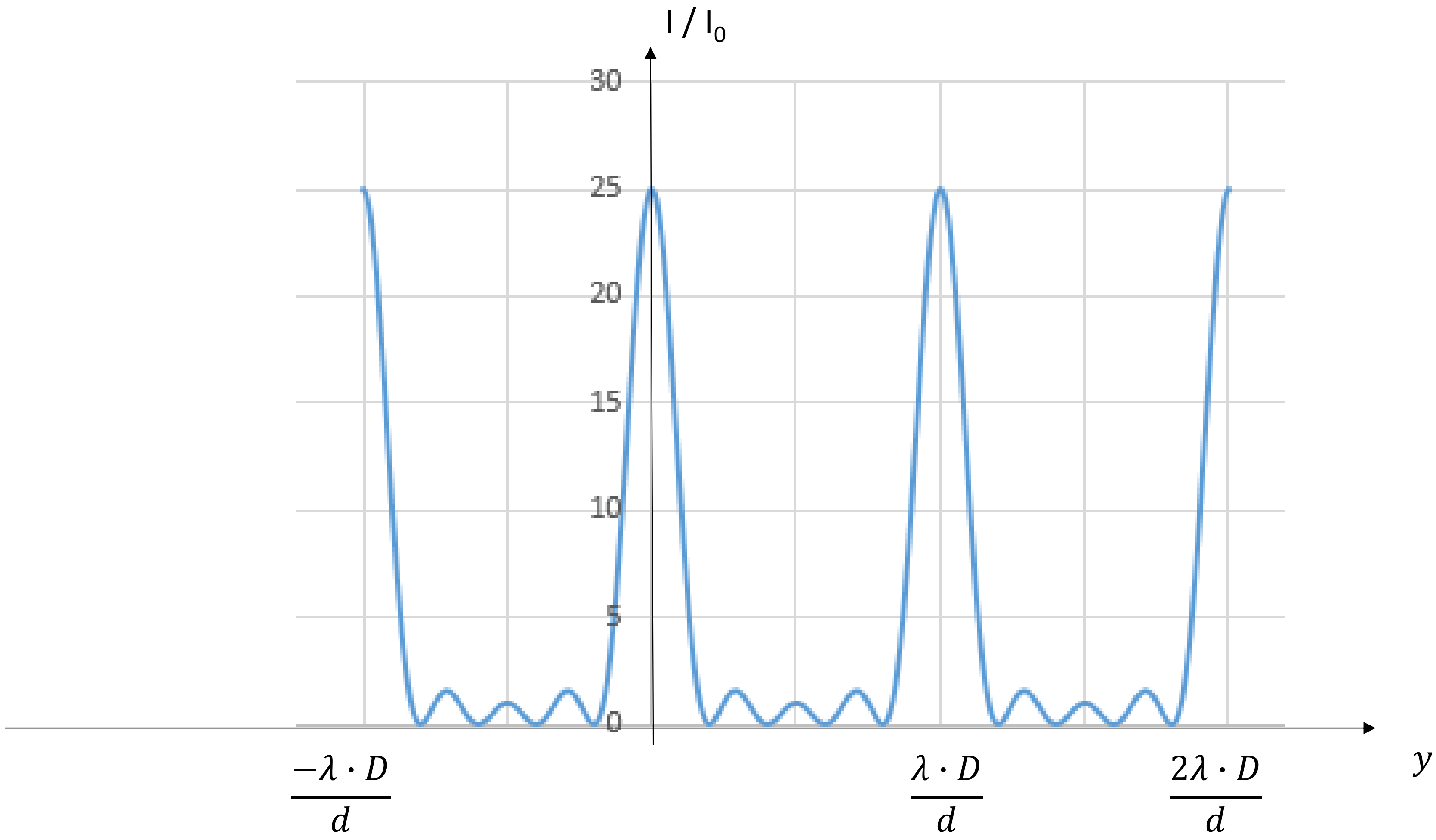
4 mínimos entre los máximos

$$n = 5 \rightarrow y_{Max1} = \frac{5}{5} \cdot \frac{\lambda \cdot D}{d}$$

- $n = 6 \rightarrow y_{Min5} = \frac{6}{5} \cdot \frac{\lambda \cdot D}{d}$

$$\boxed{\Delta y_{Max} = 2 \cdot y_{Min1} = \frac{2}{5} \cdot \frac{\lambda \cdot D}{d}}$$

Gráfico de la intensidad en función de y para N=5



Algunos comentarios generales para N fuentes

- Mínimos: $y = \frac{n}{N} \cdot \frac{\lambda \cdot D}{d}$, si $\frac{n}{N}$ no es un número entero

- Máximos: $y = m \cdot \frac{\lambda \cdot D}{d}$. Los máximos están en la misma posición sin importar el número de fuentes (para fuentes a una misma distancia)

- Cantidad de mínimos entre 2 máximos principales: N-1

- Cantidad de máximos secundarios entre 2 máximos principales: N-2

- Ancho de los máximo principales $\Delta y_{Max} = 2 \cdot y_{Min1} = \frac{2}{N} \cdot \frac{\lambda \cdot D}{d}$. A medida que se aumenta el número de fuentes el máximos principal es más “angosto”

17. El primer radiointerferómetro múltiple, construido en 1951, consiste en 32 antenas separadas entre sí 7 m cada una. El sistema está sintonizado a una longitud de onda de 21 cm. Por tanto, el sistema es equivalente a 32 fuentes igualmente espaciadas. Hallar:

a) la separación angular entre máximos principales sucesivos y

b) el ancho angular del máximo central.

Ej. 17

- Datos $\mathrm{N} = 32$; $\lambda = 0{,}21m$; $d = 7m$
- Posición angular
  - Posición angular de los mínimos $sen\theta_{Min} = \frac{n}{32} \cdot \frac{\lambda}{d} \cong \theta_{Min}$
  - Posición angular de los máximos $sen\theta_{Max} = m \cdot \frac{\lambda}{d} \cong \theta_{Max}$

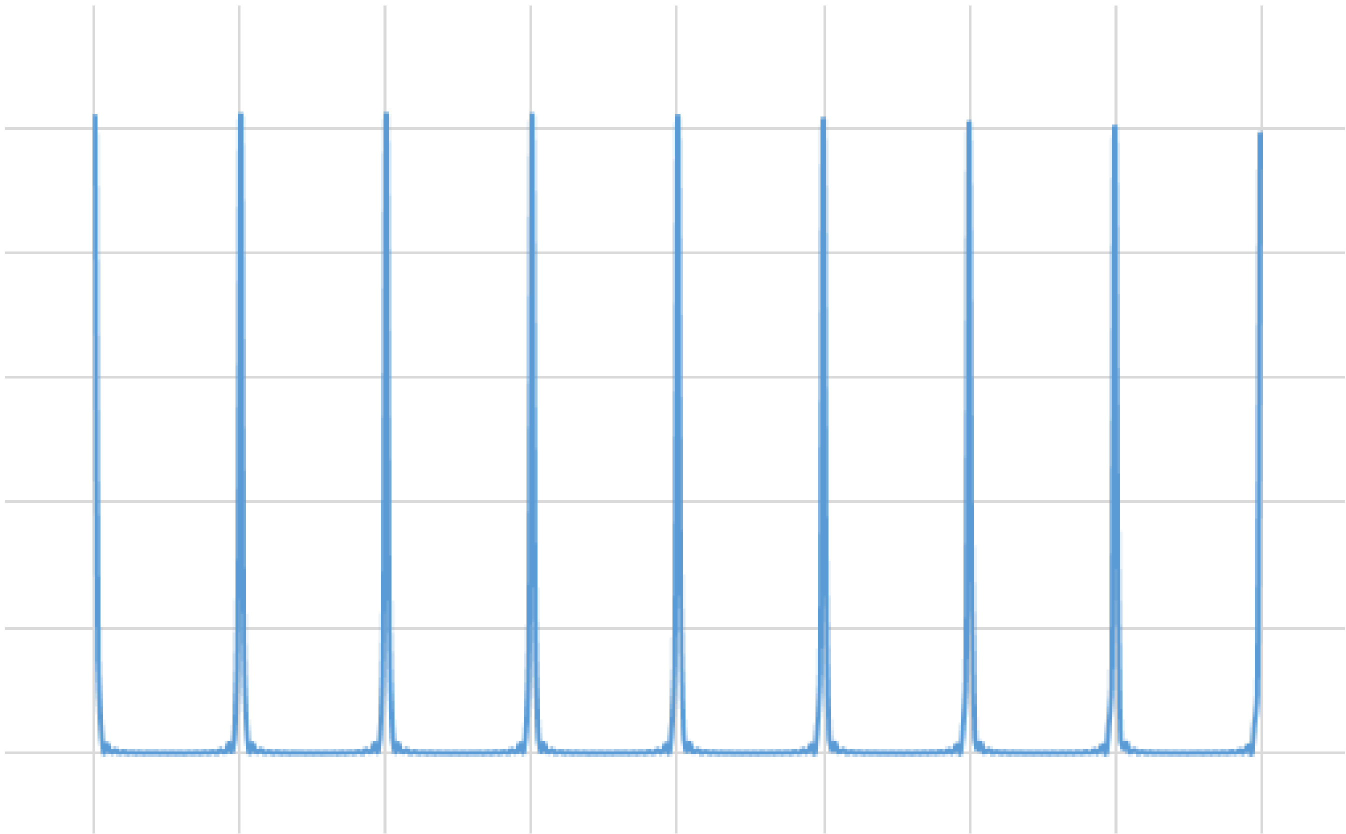
a) Separación angular entre máximos sucesivos

$$\Delta\theta_{Max} = \theta_{Max(m+1)} - \theta_{Max(m)} = \frac{\lambda}{d} = 0{,}03$$

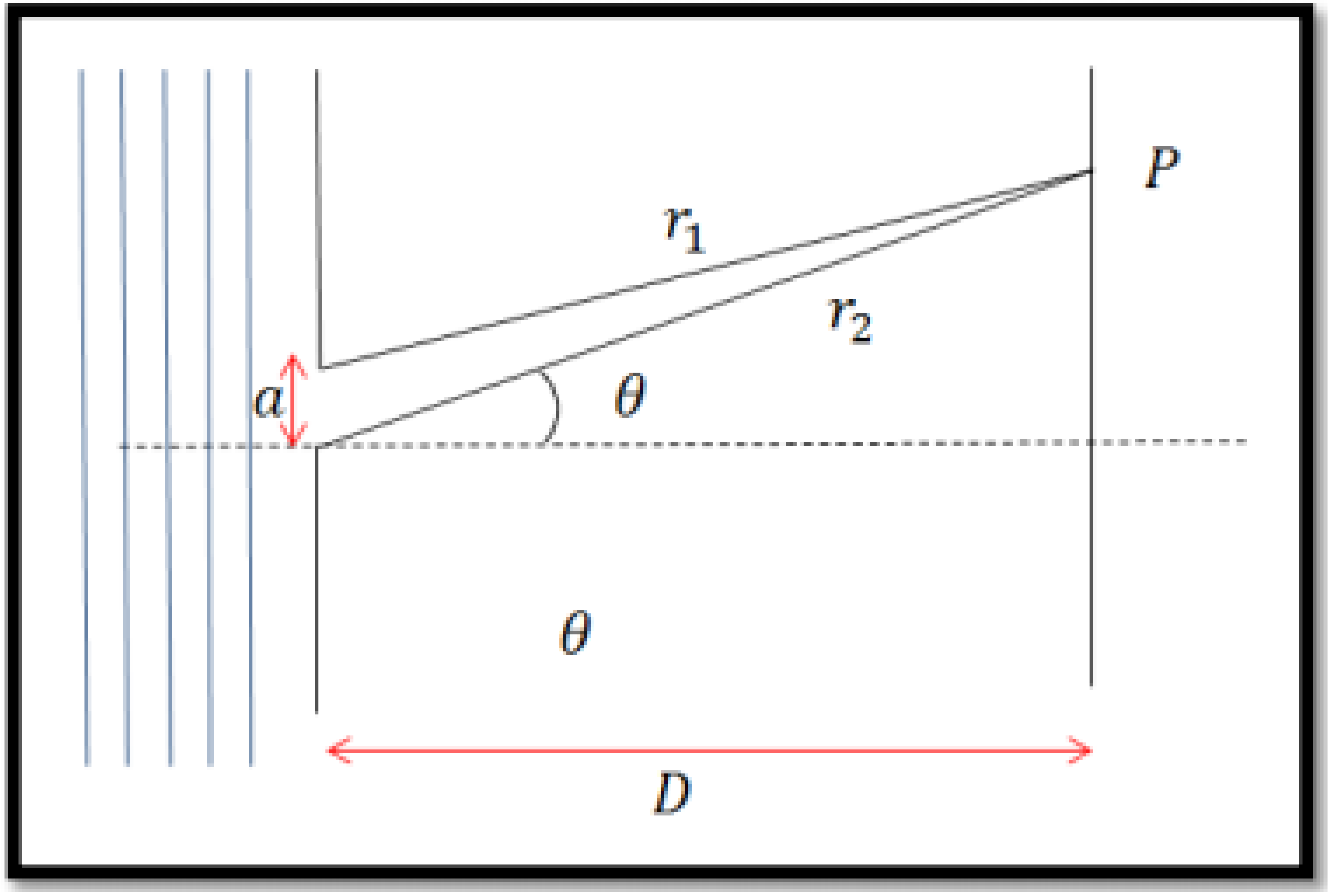
b) Ancho angular del máximo central

$$\Delta = 2 \cdot \theta_{Min} = \frac{2}{32} \cdot \frac{\lambda}{d} = 1{,}875 \cdot 10^{-3}$$

Intensidad en función del ángulo



Difracción por una ranura (Fraunhofer)



Difracción por una ranura

- La intensidad resultante es

$$I = I_0 \frac{sen^2\left({k \cdot \Delta r}/{2}\right)}{\left({k \cdot \Delta r}/{2}\right)^2}$$

- Mínimos
  - $\frac{k \cdot \Delta r}{2} = n\pi$
  - $\frac{2\pi \cdot a \cdot sen\theta}{2\lambda} = n\pi$
  - $sen\theta = n \cdot \frac{\lambda}{a}$
  - $y = n \cdot \frac{\lambda \cdot D}{a}$

PERO...

$$\boxed{k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad ; \quad \Delta r = a \cdot sen\theta}$$

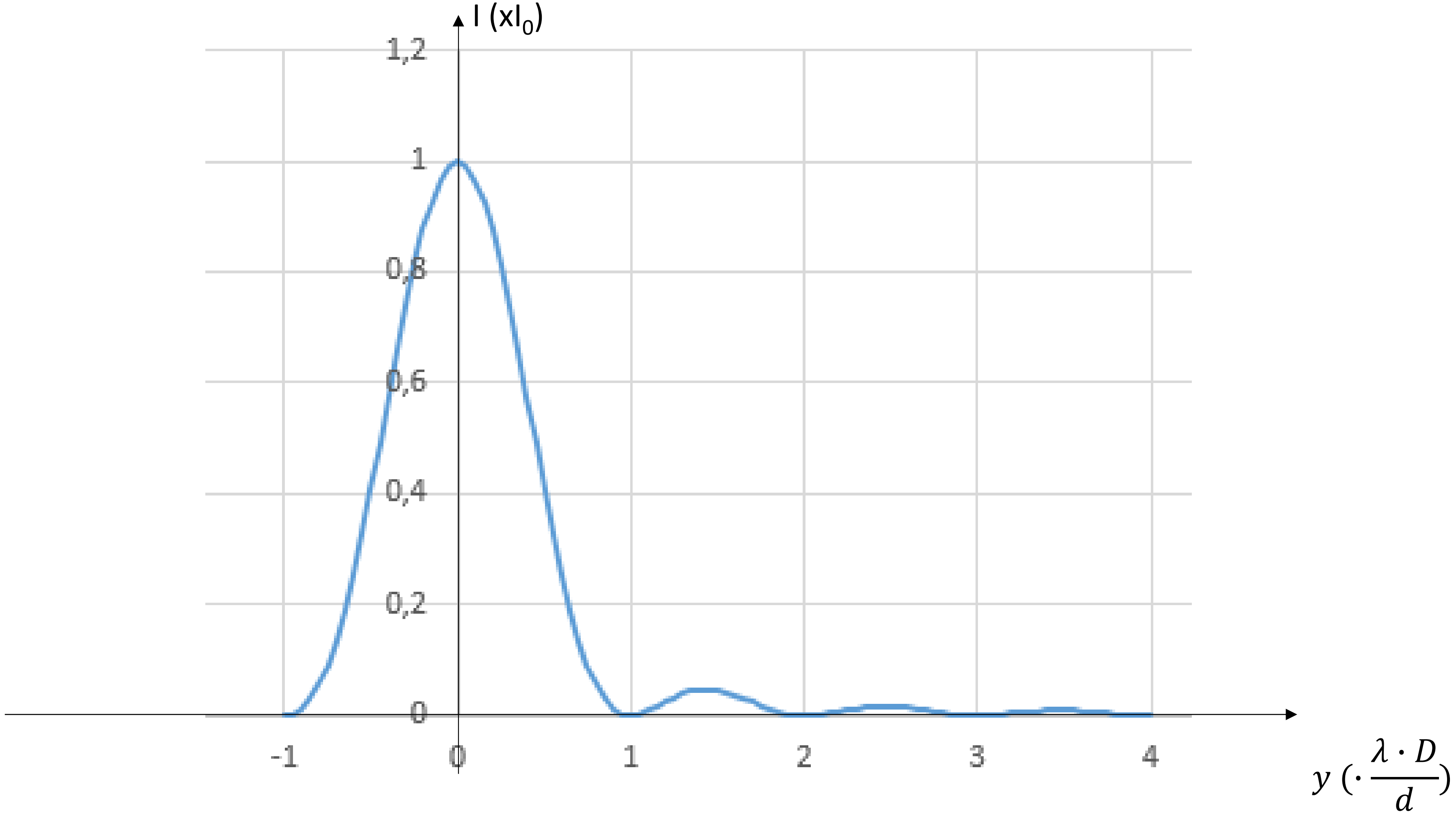
$$\boxed{\theta \ll \rightarrow sen\theta \cong tg\theta = \frac{y}{D}}$$

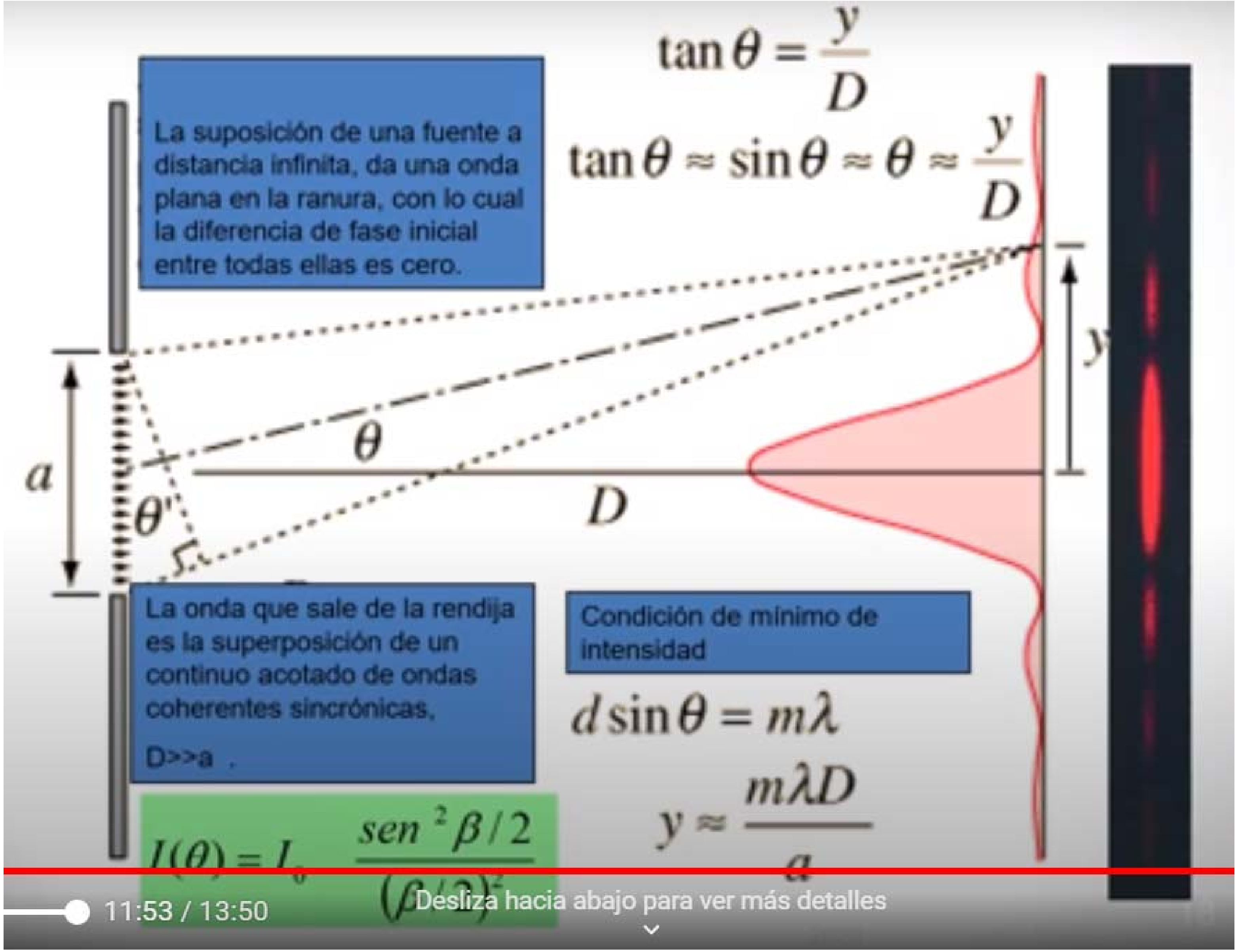
- Máximos

  Si $n = 0 \rightarrow IND \frac{0}{0}$ MAX PPAL

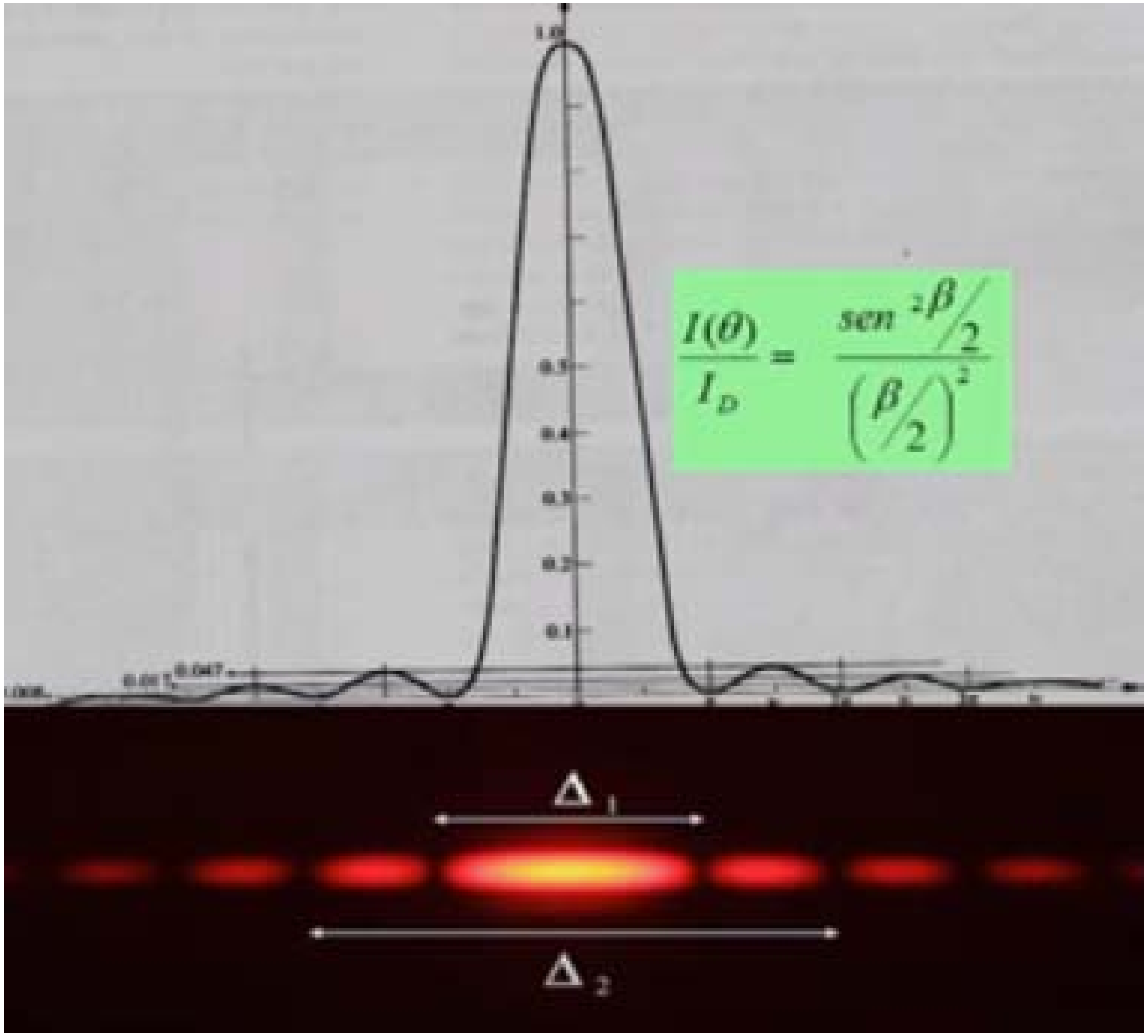
  $(I_{MAX} = I_0)$

Extra: Gráfico de la intensidad en función de y





tan θ = y/D
tan θ ≈ sin θ ≈ θ ≈ y/D
La suposición de una fuente a distancia infinita, da una onda plana en la ranura, con lo cual la diferencia de fase inicial entre todas ellas es cero.
a
θ
θ'
D
y
La onda que sale de la rendija es la superposición de un continuo acotado de ondas coherentes sincrónicas,
D>>a .
Condición de mínimo de intensidad
d sin θ = mλ
y ≈ mλD/a
I(θ) = I₀ sen²β/2 / (β/2)²
11:53 / 13:50
Desliza hacia abajo para ver más detalles



1.0
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0.047
0.017
0.008
$\frac{I(\theta)}{I_0} = \frac{sen^2 \beta/2}{(\beta/2)^2}$
Δ_1
Δ_2

20. Rayos paralelos provenientes de una fuente de luz verde, cuya longitud de onda es $5,6.\ 10^{-7}$ m, pasan por una ranura de 0,4 mm de ancho que cubre una lente de 40 cm de distancia focal. ¿Cuál es la distancia del máximo central al primer mínimo en una pantalla situada en el plano focal de la lente?

Ej. 20

- Datos $\lambda = 5{,}6 \cdot 10^{-7} m \,; a = 4 \cdot 10^{-4} m \,; D = 0{,}4 m$

a) Distancia del máximo principal (n=0) al primer mínimo

- Máximo principal $y_{Max} = 0$
- Primer mínimo $y_{Min(n=1)} = \frac{\lambda \cdot D}{a} = 5{,}6 \cdot 10^{-4} m = 0{,}56 mm$

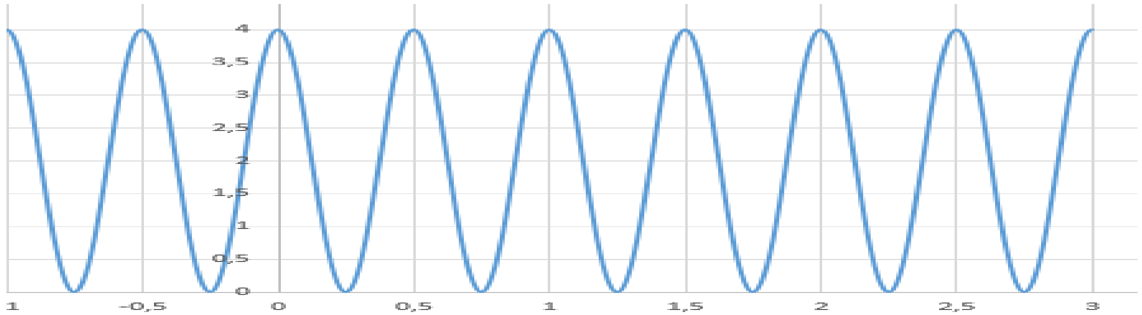
$$\Delta = y_{Min(n=1)} - y_{Max} = 0{,}56 mm$$

Difracción por N rendijas (ancho a, separadas distancia d)

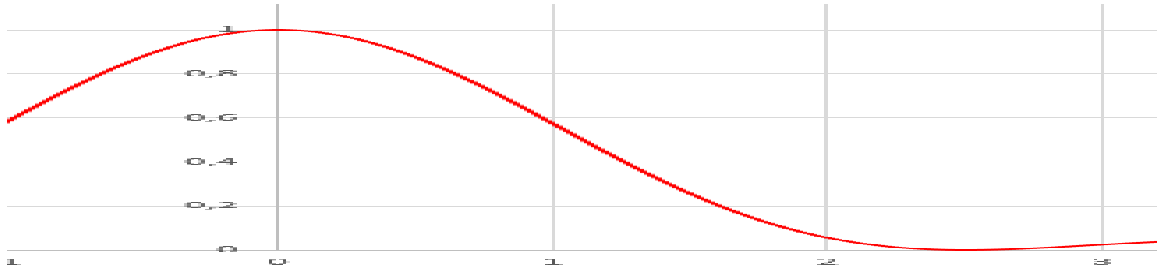
- Sobre la pantalla, se observa la intensidad modulada por difracción de cada rendija.
- Se suma la intensidad de cada rendija = el fenómeno de interferencia de N fuentes.
- Se observa el patrón de interferencia de N fuentes, modulado por la difracción.

Difracción por N rendijas (ancho a, separadas distancia d)

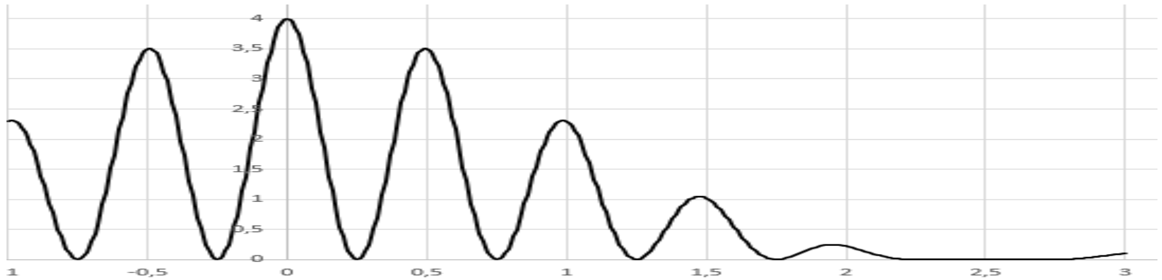
- Interferencia



- Difracción



- Interferencia y difracción



Difracción por N rendijas (ancho a, separadas distancia d)

- Se combina el fenómeno de interferencia y difracción

- La intensidad resultante es

$$I = I_0 \underbrace{\frac{sen^2\left(k \cdot a \, sen\theta /_{2}\right)}{\left(k \cdot a \, sen\theta /_{2}\right)^2}}_{\text{Difracción (moduladora)}} \cdot \underbrace{\frac{sen^2\left(N \cdot k \cdot d \, sen\theta /_{2}\right)}{sen^2\left(k \cdot d \, sen\theta /_{2}\right)}}_{\text{Interferencia de N fuentes}}$$

Dos rendijas de ancho B están separadas por una distancia de 0,26mm entre ellas y al incidir con un laser se observa que en una pantalla (ubicada a una distancia de 2m) el primer mínimo de difracción coincide con el quinto máximo de interferencia que está a una distancia de 2,5 cm del máximo principal.

a) Calcular la longitud de onda del haz incidente y el ancho de las rendijas.
b) Graficar la intensidad en función de la altura en la pantalla.

Extra

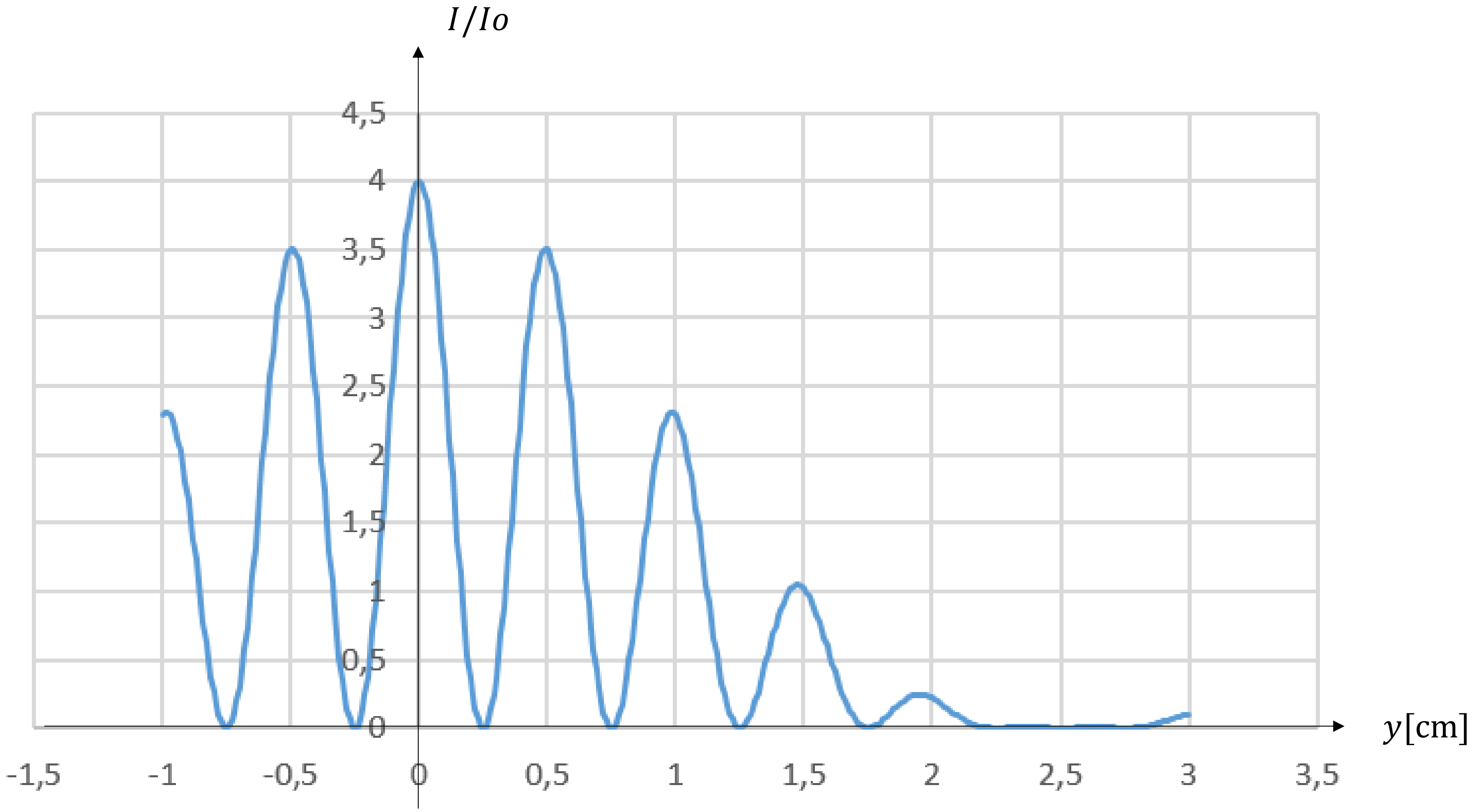
- Datos $d = 2{,}6 \cdot 10^{-4}m$; $a = B$; $D = 2m$; $N = 2$
- 1° mínimo de difracción ($\frac{\lambda \cdot D}{a}$)=5° máximo de interferencia($\frac{5\lambda \cdot D}{d}$)= $2{,}5 \cdot 10^{-2}m$

a) Longitud de onda y ancho de las rendijas

- $\frac{5\lambda \cdot 2m}{2{,}6 \cdot 10^{-4}m} = 2{,}5 \cdot 10^{-2}m \quad \rightarrow \lambda = 6{,}5 \cdot 10^{-7}m$

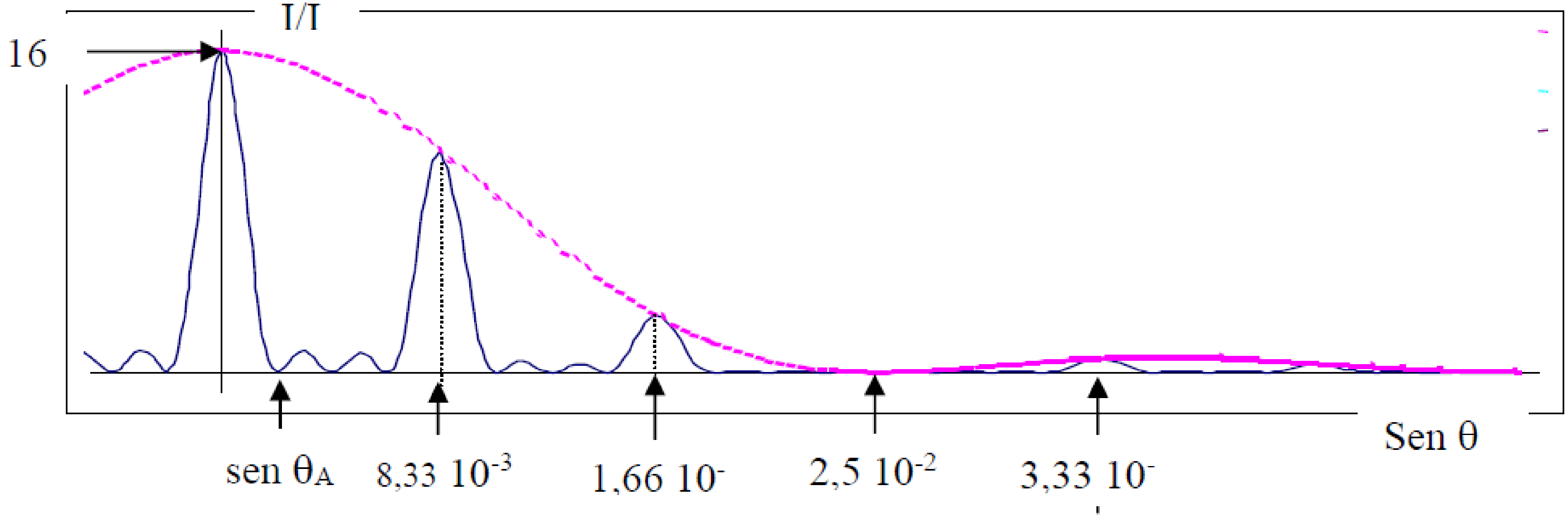
- $\frac{\lambda \cdot D}{a} = \frac{5\lambda \cdot D}{d} \quad \rightarrow \quad a = \frac{d}{5} = 5{,}2 \cdot 10^{-5}m$

Extra



El siguiente gráfico de interferencia- difracción de Fraunhofer se obtiene al hacer incidir un frente de onda plano sobre una red de N rendijas, separadas entre sí por una distancia d y cada una de ancho b. La luz incide en forma normal a la red y tiene una longitud de onda de 500nm. Con los datos del gráfico

i) Calcular, justificando los valores de N , d, b y el valor de sen θ_A en el punto A (primer mínimo sobre el gráfico) ii)Escribir la ecuación que corresponden a la intensidad de la figura de interferencia difracción



- Sabiendo que I/Io=16=N^2, entonces N=4 (o porque hay 3 mínimos entre dos máximos principales; o hay 2 máximos secundarios)

- De los máximos de interferencia sabemos que: $sen\theta = n \cdot \frac{\lambda}{d}$. Usando los datos del primer máximo (n=1) $\rightarrow d = n \cdot \frac{\lambda}{sen\theta} = 1 \cdot \frac{500 \cdot 10^{-9} m}{8{,}33 \cdot 10^{-3}} = 6 \cdot 10^{-5} m$

- De los mínimos de interferencia sabemos que: $sen\theta = \frac{n}{4} \cdot \frac{\lambda}{d}$. Entonces el primer mínimo es, $sen\theta_A = \frac{1}{4} \cdot \frac{500 \cdot 10^{-9} m}{6 \cdot 10^{-5} m} = 2{,}08 \cdot 10^{-4}$

- De los mínimos de difracción sabemos que: $sen\theta = n \cdot \frac{\lambda}{a}$. Entonces el primer mínimo (n=1) $\rightarrow a = n \cdot \frac{\lambda}{sen\theta} = 1 \cdot \frac{500 \cdot 10^{-9} m}{2{,}5 \cdot 10^{-2}} = 2 \cdot 10^{-5} m$

Redes de difracción

- Hay muchas ranuras.

- Se define período o constante de la red $= \frac{1}{d}$

- Indica la cantidad de líneas por mm $\rightarrow d = \frac{1}{Cte}$

- El ancho de la zona iluminada indica el número de ranuras$= N \cdot d$. Son muchas ranuras así que los mínimos secundarios de interferencia no son perceptibles.